



Laborübungen II

im Wintersemester 2016L A B O R P R O T O K O L L

		Name		Punkte
Grup	pe	Helmut H	torner	
19		Kassandr		
		, , , , , , ,		Prüfung Protokoll
Titel de	er Übung			
Ele	Etronen im	E-4B-Fe	ld	
roto h	ollabaph:	noie ublica	3.04.2007,0	em 1.2.2017
λ Ϥ^ϐʹ () .	ur, oder rad	Versinhape	ue mit dem	Tulor.
ممل کمه	her, oder nach tens 1.2.20 14	\" 30 J ')
			Monto roa	w, 000~
5m 11	son & bus	٨.		
Datum			Betreuer	
Mi.	25. Jan. 201 +			

Inhalt

1	F	Einle	eitung	3
2	E	Erzei	eugung und Fokussierung von Elektronenstrahlen	3
	2.1		Versuchsaufbau	3
	2	2.1.1	1 Heizspannung und Beschleunigungsspannung	3
	2	2.1.2	Wehneltzylinderspannung und Ablenkspannungen	4
	2.2		Messmethode	5
	2	2.2.1	1 Allgemeines	5
	2	2.2.2	2 Messverfahren	5
	2.3		Messergebnisse und Fehlerabschätzung	6
3	F	Able	enkung im elektrischen Feld	7
	3.1		Versuchsaufbau	7
	3.2		Messmethode	7
	3	3.2.1	1 Allgemeines	7
	3	3.2.2	2 Messverfahren	9
	3.3		Messergebnisse und Fehlerrechnung	11
	3	3.3.1	1 Horizontale Ablenkung	11
	3	3.3.2	2 Vertikale Ablenkung	13
	3.4		Auswertung und Interpretation	14
	3	3.4.1	Zusammenhang zwischen Plattenspannung und Ablenkwinkel	14
	3	3.4.2	2 Plattengeometrie	15
	3	3.4.3	3 Transversalgeschwindigkeit	17
4	F	Able	enkung im magnetischen Feld	18
	4.1		Versuchsaufbau	18
	4.2		Messmethode	19
	4	1.2.1	1 Allgemeines	19
	4	1.2.2	2 Messverfahren	21
	4.3		Messergebnisse und Fehlerrechnung	22
	4	1.3.1	1 Spulengeometrie	22
	4	1.3.2	2 Ablenkung im magnetischen Feld	22
	4.4		Auswertung und Interpretation	24
	4	1.4.1	1 Ablenkung in Abhängigkeit vom Spulenstrom	24
	4	1.4.2	2 Abschätzung des Wertes e/m _e	25
5	ŀ	Kom	npensationsmethode	26
	5.1		Versuchsaufbau	26
	5.2		Messmethode	26

	5.2.	1 Allgemeines	26
	5.2.2	2 Messverfahren	27
	5.3	Messergebnisse und Fehlerabschätzung	27
	5.4	Interpretation	28
6	Spir	albewegung von Elektronen	29
	6.1	Versuchsaufbau	29
	6.2	Messmethode	29
	6.2.	1 Allgemeines	29
	6.2.2	2 Messverfahren	32
	6.3	Messergebnis und Fehlerrechnung	32
	6.4	Interpretation	33
7	Fade	enstrahlrohr	33
	7.1	Versuchsaufbau	33
	7.2	Messmethode	33
	7.2.	1 Allgemeines	33
	7.2.2	2 Messverfahren	34
	7.3	Messergebnis	34
	7.4	Interpretation	34
8	Anh	ang	35
	8.1	Verwendetes Equipment	35
	8.2	Tabellenverzeichnis	35
	8.3	Abbildungsverzeichnis	36
	8.4	Literaturliste	36

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 3 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

1 Einleitung

Die in diesem Protokoll beschriebenen Experimente wurden am 25.01.2017 an der TU Wien im Rahmen des Praktikums *Laborübungen II (134.124)* von *Kassandra Kunz* und *Helmut Hörner* durchgeführt. Sie beschäftigen sich mit der Bestimmung des Verhaltens von Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern.

2 Erzeugung und Fokussierung von Elektronenstrahlen

Ziel dieses Experiments ist, nach korrekter Grundbeschaltung einer Oszilloskopröhre, die Bestimmung geeigneter Beschleunigungs- und Wehneltzylinderspannungen für optimale Fokussierung des Elektronenstrahls.

2.1 Versuchsaufbau

Die Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24] wurde wie in Abbildung 1 dargestellt beschaltet.

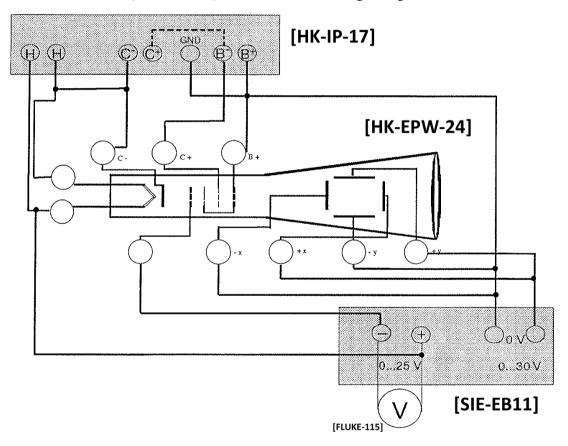


Abbildung 1: Beschaltung der Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24], aus: [Hirss et al, 2008], S. 10; mit Anpassungen durch die Autoren

2.1.1 Heizspannung und Beschleunigungsspannung

- Am Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] wurden folgende Anschlüsse verbunden (und somit auf gleiches Potential gebracht):
 - o Ein Anschluss des 6.3 VAC "H"-Ausgangs wurde mit dem negativen 0-100V DC Hochspannungsausgang "C" verbunden
 - Die Gehäusemasse wurde mit dem positiven 0-400V DC Hochspannungsausgang "B" verbunden

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 4 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

- Das Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] wurde wie folgt mit der Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24] verbunden:
 - Die Kathodenheizung der Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24] wurde mit dem 6.3 VAC "H"-Ausgang verbunden
 - O Die Kathode von [HK-EPW-24] wurde mit dem negativen 0-100V DC Hochspannungsausgang "C" verbunden
 - Die mittlere Anode des Anodensystems von [HK-EPW-24] wurde mit dem negativen 0-400V DC Hochspannungsausgang "B" verbunden (welcher intern auf gleichem Potential wie der 0-100V DC Hochspannungsausgang "C" liegt)
 - o Die äußeren Anoden von [HK-EPW-24] wurden mit dem positiven 0-400V DC Hochspannungsausgang "B" verbunden.

Durch diese Beschaltung ist die Beheizung der Kathode sichergestellt, und es können durch Einstellung der in Serie geschalteten Ausgänge "B" und "C" des Hochspannungsnetzteils [HK-IP-17] Beschleunigungsspannungen zwischen 0 und 500V realisiert werden.

2.1.2 Wehneltzylinderspannung und Ablenkspannungen

- Das Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] und das Labornetzteil [SIE-EB11] wurden wie folgt auf gleiches Potential gebracht:
 - o Der *nicht* mit "C" verbundene 6,3V AC Ausgang "H" des Hochspannungsnetzteils [HK-IP-17] wurde mit dem positiven 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] verbunden.
 - O Der positive 0-400V DC Hochspannungsausgang "B" des Hochspannungsnetzteils [HK-IP-17] (ist gleich Gehäusemasse) wurde mit dem negativen 0-30V DC Ausgang von [SIE-EB11] verbunden.
- Die Spannungsversorgung des Wehneltzylinders der Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24] wurde wie folgt sichergestellt:
 - o Der Anschluss des Wehneltzylinders wurde mit dem negativen 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] verbunden.
 - o Das auf Gleichspannungsmessung eingestellte Multimeter [FLUKE-115] wurde als Voltmeter mit den 0-25V DC Ausgängen von [SIE-EB11] verbunden
- Die Ablenkplatten der Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24] wurden wie folgt beschaltet:
 - O Die "-x"- und "-y"-Ablenkplatte wurde mit dem negativen 0-30V DC Anschluss von [SIE-EB11] verbunden.
 - O Die "+x"- und "+y"-Ablenkplatte wurde mit dem positiven 0-30V DC Anschluss von [SIE-EB11] verbunden.

Durch diese zusätzliche Beschaltung ist die Regelung der Wehneltzylinderspannung durch Regelung des 0-25V DC Ausgangs des Netzteils [SIE-EB11] möglich, und es können gleichzeitig die x- und y-Ablenkplatten über den 0-30V DC Ausgangs des Netzteils [SIE-EB11] geregelt werden.

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprot	okoll	Rev.: 1.0	Seite 5 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetische	en Feldern", 25.01.2016		

2.2 Messmethode

2.2.1 Allgemeines

Die nur schwach gebundenen Elektronen des Leitungsbandes der Kathode werden durch die Erwärmung der Kathode energetisch so weit angeregt, dass sie leicht aus dem Festkörper austreten können.

Herrscht dann zwischen Kathode und Anode eine entsprechende Spannungsdifferenz (positive Spannung von einigen 100V bei der Anode), so werden die schwach gebundenen Elektronen von der Anode angezogen. Sie verlassen die Kathode und werden Richtung Anode beschleunigt.

Der Zusammenhang zwischen der Elektronengeschwindigkeit und der Beschleunigungsspannung kann leicht über die Energieerhaltung ermittelt werden:

$$E_{el} = E_{kin} \tag{1}$$

Setzt man für die elektrische Energie E_{el} und die kinetische Energie E_{kin} ein, erhält man:

$$qU_{\text{be}} = \frac{m_e v_z^2}{2} \tag{2}$$

Setzt man für q die Elementarladung e ein, und formt zu v_z um, erhält man schließlich die Elektronengeschwindigkeit v_z in Abhängigkeit zur Beschleunigungsspannung U_{be} :

$$v_z = \sqrt{\frac{2eU_{\rm be}}{m_e}} \tag{3}$$

Nimmt man eine Beschleunigungsspannung von U = 500V an, ergibt sich eine Elektronengeschwindigkeit von v = 4.4% c. Eine relativistische Rechnung ist bei Beschleunigungsspannungen dieser Größenordnung daher nicht notwendig.

Die beschleunigten Elektronen treffen schließlich als Elektronenstrahl auf die fluoreszierende (geerdete) Schicht der Kathodenstrahlröhre und werden dort als Lichtpunkt sichtbar. Da nicht alle Elektronen genau parallel austreten, ist es notwendig, den Strahl zu fokussieren. Dies geschieht mit Hilfe des Wehneltzylinders, an den eine im Vergleich zur Kathode positive Spannung von einigen Volt angelegt wird. Der Effekt ist, dass einerseits stark defokussierte Elektronen am Rand des Strahls so nach außen abgelenkt werden, dass sie nicht mehr am Schirm ankommen, und andererseits Elektronen, deren Bahn ungefähr im Fokussierungsbereich (im Inneren des Zylinders) liegt, nach innen fokussiert werden.

2.2.2 Messverfahren

Überprüfung des Aufbaus

- Das Netzteil [SIE-EB11] wird eingeschaltet, und an beiden Ausgängen eine Spannung von 0 V eingestellt.
- Das Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] wird eingeschaltet, und eine Beschleunigungsspannung $U_{be} = U_C + U_B = 100V + 400V = 500V$ eingestellt.
- Es wird beobachtet, ob auf dem Schirm der Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24] ein Lichtpunkt sichtbar wird. Dies zeigt die korrekte Verdrahtung von Heizdraht, Kathode und Anodensystem.
- Die Spannung am 0-30V DC Ausgang des Netzgeräts [SIE-EB11] wird vergrößert.
- Es wird beobachtet, ob sich der Lichtpunkt am Schirm der Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24] mit steigender Spannung nach rechts oben bewegt. Dies zeigt die korrekte Verdrahtung der Ablenkplatten.
- Die Spannung am 0-30V DC Ausgang des Netzgeräts [SIE-EB11] wird wieder auf 0 V gestellt.

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 6 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Bestimmung geeigneter Wehneltzylinder- und Beschleunigungsspannungen:

- Erstes Spannungspaar:
 - o Die Beschleunigungsspannung wird auf $U_{be} = U_{C} + U_{B} = 100V + 400V = 500V$ belassen.
 - \circ Die Wehneltzylinderspannung $U_{\rm W}$ am 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] wird solange verändert, bis der Lichtpunkt besonders scharf und dabei gleichzeitig nicht zu dunkel erscheint.
 - \circ Die Wehneltzylinderspannung U_W Spannung wird am Voltmeter [FLUKE-115] abgelesen, und mit der an der Digitalanzeige vom Netzteil [SIE-EB11] angezeigten Spannung verglichen.
 - o U_{beschl} und U_{W} werden dokumentiert.
- Zweites Spannungspaar:
 - O Am Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] wird die Beschleunigungsspannung auf $U_{\text{be}} = U_{\text{C}} + U_{\text{B}} = 100V + 250V = 350V$ eingestellt.
 - \circ Die Wehneltzylinderspannung $U_{\rm W}$ am 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] wird solange verändert, bis der Lichtpunkt besonders scharf und dabei gleichzeitig nicht zu dunkel erscheint.
 - \circ Die Wehneltzylinderspannung U_W Spannung wird am Voltmeter [FLUKE-115] abgelesen, und mit der an der Digitalanzeige vom Netzteil [SIE-EB11] angezeigten Spannung verglichen.
 - \circ U_{be} und U_{W} werden dokumentiert.

2.3 Messergebnisse und Fehlerabschätzung

Die Überprüfung des Aufbaus gemäß den Schritten in 2.2.2 verlief erfolgreich.

Die Messung geeigneter Kombinationen von Beschleunigungsspannung und Wehneltzylinderspannung brachte folgende Messergebnisse:

		Beschleunigungsteilspannung $\boldsymbol{U}_{\mathrm{B}}$	Beschleunigungs- spannung gesamt	Spannung Wehneltzylinder
i	$U_{C}[V]$	$U_{\mathrm{B}}\left[V\right]$	$U_{\mathrm{be}} = U_C + U_B [V]$	$U_{\mathbf{W}}[V]$
1	100	400	500 ± 10	6,0 ± 0,03
2	100	250	350 ± 10	11,0 ± 0,06

Tabelle 1: Geeignete Kombinationen von Beschleunigungsspannung und Wehneltzylinderspannung

Die Beschleunigungsspannungen U_C und U_B wurden direkt am Voltmeter des Hochspannungsnetzteils [HK-IP-17] abgelesen. Der Fehler wird mit \pm 10V abgeschätzt.

Die Spannung am Wehneltzylinder wurde am Multimeter [FLUKE-115] abgelesen. Der Wert stimmte in beiden Fällen auf eine Nachkommastelle mit dem internen Voltmeter des Netzteils [SIE-EB11] überein. Die Fehlerabschätzung ergibt sich hierbei aus dem Messgenauigkeit von [FLUKE-115] (lt. Datenblatt $\pm 0.5\% + 2$ Digits).

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 7 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

3 Ablenkung im elektrischen Feld

Ziel dieses Experiments ist die Messung der Ablenkung des Elektronenstrahls im elektrischen Feld, und daraus die Bestimmung der Elektronengeschwindigkeit v_z in z-Richtung, der transversalen Ablenkungsgeschwindigkeit v_x in x-Richtung bzw. v_y in y-Richtung, sowie der Plattengeometrie (Verhältnis l/h) für das horizorizontale und vertikale Plattenpaar.

3.1 Versuchsaufbau

Der in Kapitel 2.1 beschriebene Versuchsaufbau bleibt unverändert; es wird lediglich jeweils die Ablenkplatte, die gerade nicht verwendet wird, auf Anodenpotential gelegt; d.h. mit dem negativen 0-30V DC Ausgang von [SIE-EB11] verbunden.

Das Voltmeter [FLUKE-115] wird mit dem 0-30V DC Ausgang von [SIE-EB11] verbunden.

3.2 Messmethode

3.2.1 Allgemeines

Abbildung 2 veranschaulicht den Zusammenhang zwischen der Plattengeometrie und dem Ablenkwinkel:

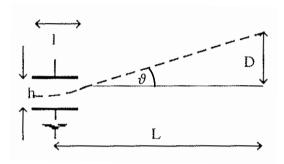


Abbildung 2: Zusammenhang zwischen Plattengeometrie und Strahlablenkung aus: [Hirss et al, 2008], S. 11; mit Anpassungen durch die Autoren

Offensichtlich gilt aus geometrischen Gründen:

$$\tan(\vartheta) = \frac{D}{L} \tag{4}$$

Nimmt man an, dass die dargestellten Ablenkplatten die Platten zur Ablenkung in x-Richtung (horizontale Ablenkung) darstellen, gilt gleichzeitig auch:

$$\tan(\vartheta) \approx \frac{v_x}{v_z} = \frac{U_P}{U_{be}} \cdot \frac{l_x}{2h_x}$$
 (5)

Daraus folgt durch Umformung:

$$\frac{l_x}{h_x} = \frac{2U_{\text{be}}}{U_{\text{P}}} \cdot \tan(\vartheta) \tag{6}$$

Führt man Formel (4) und Formel (6) zusammen, ergibt sich:

$$\frac{l_x}{h_x} = \frac{2U_{\text{be}}}{U_{\text{P}}} \cdot \frac{D_x}{L_x} \tag{7}$$

wobei D_x die horizontale Ablenkung, L_x der Abstand des Plattenpaares für die horizontale Ablenkung, U_{be} die Beschleunigungsspannung und U_{P} die Spannung zwischen den Ablenkplatten darstellen.

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 8 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Somit kann bei bekanntem Abstand L_x mittels Formel (4) $\tan(\vartheta)$ ermittelt werden, und mittels Formel (7) die Plattengeometrie l/h der Platten für die Ablenkung in x-Richtung.

Die horizontale Geschwindigkeit v_x ergibt sich zu

$$v_{x} = v_{z} \tan(\theta) \tag{8}$$

Durch Einsetzen der Formeln (3) und (4) in (8) ergibt sich:

$$v_{\chi} = \frac{D_{\chi}}{L_{\chi}} \sqrt{\frac{2eU_{\text{be}}}{m_e}} \tag{9}$$

Für die Ablenkplatten zur Ablenkung in y-Richtung (vertikale Ablenkung) gilt natürlich völlig analog zu den Formeln (5), (7) und (9):

$$\tan(\vartheta) \approx \frac{v_y}{v_z} = \frac{U_P}{U_{be}} \cdot \frac{l_y}{2h_y}$$
 (10)

$$\frac{l_y}{h_y} = \frac{2U_{\text{be}}}{U_{\text{P}}} \cdot \frac{D_y}{L_y} \tag{11}$$

und

$$v_y = \frac{D_y}{L_y} \sqrt{\frac{2eU_{\text{be}}}{m_e}} \tag{12}$$

wobei D_y die horizontale Ablenkung, und L_y der Abstand des Plattenpaares für die horizontale Ablenkung darstellen.

Die Geschwindigkeit v_z kann, wie auf siehe Seite 5 beschrieben, mittels Formel (3) berechnet werden.

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 9 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

3.2.2 Messverfahren

Horizontale Ablenkung

- 1. Verbinde den "+y"-Anschluss der vertikalen Ablenkplatte mit dem Anodenpotential; d.h. mit dem negativen 0-30V DC Ausgang von [SIE-EB11].
- 2. Der "+x"-Anschluss der horizontalen Ablenkplatte bleibt, wie in 2.1.2 beschrieben, mit dem positiven 0-30V DC Anschluss von [SIE-EB11] verbunden.
 - 3. Eine der beiden in Kapitel 2.3 bestimmten Beschleunigungsspannungen (zusammengesetzt aus U_C und U_B) wird am Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] eingestellt.
 - 4. Die gem. Kapitel 2.3 zugehörige Wehneltzylinderspannung wird am 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] eingestellt (Ablesung über das integrierte Digitalvoltmeter).
 - 5. Die Ablenkspannung wird auf 0V gestellt (0-30V DC Anschluss von [SIE-EB11])
 - 6. Die horizontale Position des Leuchtpunktes wird als Nullposition vermerkt
 - 7. Eine bestimmte Ablenkspannung U_P wird am 0-30V DV Anschluss von [SIE-EB11] eingestellt und am Voltmeter [FLUKE-115] abgelesen.
 - 8. Die horizontale Ablenkung D_x des Leuchtpunktes im Verhältnis zur Ausgangsposition wird mit einem Millimetermaß abgemessen.
 - 9. Ablenkspannung U_P und Ablenkung D_x werden dokumentiert.
 - 10. Berechnung von $tan(\vartheta)$ mittels Formel (4), Plattengeometrie l_x/h_x mittels Formel (7), Elektronengeschwindigkeit in z-Richtung v_z mittels Formel (3) und horizontaler Elektronengeschwindigkeit v_x mittels Formel (9). Der Wert L_x ist mit $L_x = 10,7$ cm anzunehmen¹.
 - 11. Schritte 7-10 werden für mehrere verschiedene Ablenkspannungen wiederholt
- 12. Die andere in Kapitel 2.3 bestimmte Beschleunigungsspannung (zusammengesetzt aus U_C und U_B) wird am Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] eingestellt.
- 13. Die gem. Kapitel 2.3 zugehörige Wehneltzylinderspannung wird am 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] eingestellt (Ablesung über das integrierte Digitalvoltmeter).
- 14. Schritte 3-11 werden wiederholt

_

¹ siehe [Hirss et al, 2008], S. 4

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 10 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Vertikale Ablenkung

- 1. Verbinde den "+x"-Anschluss der horizontalen Ablenkplatte mit dem Anodenpotential; d.h. mit dem negativen 0-30V DC Ausgang von [SIE-EB11].
- 2. Der "+y"-Anschluss der vertikalen Ablenkplatte bleibt, wie in 2.1.2 beschrieben, mit dem positiven 0-30V DC Anschluss von [SIE-EB11] verbunden.
 - 3. Eine der beiden in Kapitel 2.3 bestimmten Beschleunigungsspannungen (zusammengesetzt aus U_C und U_B) wird am Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] eingestellt.
 - 4. Die gem. Kapitel 2.3 zugehörige Wehneltzylinderspannung wird am 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] eingestellt (Ablesung über das integrierte Digitalvoltmeter).
 - 5. Die Ablenkspannung wird auf 0V gestellt (0-30V DC Anschluss von [SIE-EB11])
 - 6. Die vertikale Position des Leuchtpunktes wird als Nullposition vermerkt
 - 7. Eine bestimmte Ablenkspannung U_P wird am 0-30V DV Anschluss von [SIE-EB11] eingestellt und am Voltmeter [FLUKE-115] abgelesen.
 - 8. Die vertikale Ablenkung D_y des Leuchtpunktes im Verhältnis zur Ausgangsposition wird mit einem Millimetermaß abgemessen.
 - 9. Ablenkspannung U_P und Ablenkung D_{ν} werden dokumentiert.
 - 10. Berechnung von $tan(\theta)$ mittels Formel (10), Plattengeometrie l_y/h_y mittels Formel (11), Elektronengeschwindigkeit in z-Richtung v_z mittels Formel (3) und vertikaler Elektronengeschwindigkeit v_y mittels Formel (12). Der Wert L_y ist mit $L_y = 8,3 \ cm$ anzunehmen¹.
 - 11. Schritte 7-10 werden für mehrere verschiedene Ablenkspannungen wiederholt
- 12. Die andere in Kapitel 2.3 bestimmte Beschleunigungsspannung (zusammengesetzt aus U_C und U_B) wird am Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] eingestellt.
- 13. Die gem. Kapitel 2.3 zugehörige Wehneltzylinderspannung wird am 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] eingestellt (Ablesung über das integrierte Digitalvoltmeter).
- 14. Schritte 3-11 werden wiederholt

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 11 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

3.3 Messergebnisse und Fehlerrechnung

3.3.1 Horizontale Ablenkung

Die folgende Tabelle zeigt die Messergebnisse bezüglich der horizontalen Ablenkung bei zwei verschiedenen Beschleunigungsspannungen.

Beschleu- nigungs- spannung	Spannung Wehnelt- zylinder	Platten- spannung	Ablenkung horizontal	$tan(\vartheta)_{x}$ siehe Formeln (4),(14) (L_{x} = 107 mm)	Platten- geometrie siehe Formeln (7), (16)	Longitudi- nalgeschw. siehe Formeln (3), (18)	Transversal- geschw. siehe Formeln (9), (20)
$U_{be}\left[V\right]$	U_w [V]	$U_P[V]$	$D_x [mm]$	$tan(\vartheta)_x$	$\frac{l_x}{h_x}$	$v_z \left[10^6 \frac{m}{s} \right]$	$v_x \left[10^6 \frac{m}{s} \right]$
		5,0 ±0,03	4,0 ±1	0,037 ±0,009	7,5 ±1,9		0,50 ±0,13
		10,0 ±0,05	7,5 ±1	0,071 ±0,009	7,0 ±1,0		0,93 ±0,13
500 ±10	6,0 ± 0,03	15,0 ±0,08	11,0 ±1	0,103 ±0,009	6,9 ±0,7	13,2 ±0,1	1,36 ±0,14
		20,0 ±0,10	15,0 ±1	0,140 ±0,009	7,0 ±0,6		1,86 ±0,14
		25,0 ±0,13	20,0 ±1	0,187 ±0,009	7,5 ±0,5		2,48 ±0,15
		5,0 ±0,03	6,0 ±1	0,056 ±0,009	7,9 ±1,4		0,62 ±0,10
		10,0 ±0,05	10,5 ±1	0, 098 ±0,009	6,9 ±0,8		1,09 ±0,11
350 ±10	11,0 ± 0,06	15,0 ±0,08	16,0 ±1	0,150 ±0,009	7,0 ±0,6	11,1 ±0,2	1,66 ±0,12
		20,0 ±0,10	21,5 ±1	0,201 ±0,009	7,0 ±0,5		2,23 ±0,13
		25,0 ±0,13	27,0 ±1	0,252 ±0,009	7,1 ±0,5		2,80 ±0,13

Tabelle 2: Messwerte "Ablenkung im elektrischen Feld"; horizontal

Die Ungenauigkeit der Bestimmung des Wertes für $tan(\vartheta)$ ergibt sich aus folgender Fehlerrechnung:

$$\Delta \tan(\vartheta)_{x} = \left| \frac{\partial \tan(\vartheta)_{x}}{\partial D_{x}} \right| \Delta D_{x} \tag{13}$$

Einsetzen der partiellen Ableitung von Gleichung (4) liefert:

$$\Delta \tan(\vartheta)_{x} = \frac{1}{L_{x}} \Delta D_{x} = \frac{1}{0,107} \cdot 0,001 = 0,009$$
 (14)

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 12 von 36	
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016			

Die Ungenauigkeit für jeden einzelnen Messwert der Plattengeometrie l_x/h_x ergibt sich aus folgender Fehlerrechnung:

$$\Delta \frac{l_x}{h_x} = \left| \frac{\partial (l/h)}{\partial U_{be}} \right| \Delta U_{be} + \left| \frac{\partial (l/h)}{\partial U_p} \right| \Delta U_p + \left| \frac{\partial (l/h)}{\partial D_x} \right| \Delta D_x$$
 (15)

Einsetzen der partiellen Ableitungen von Gleichung (7) liefert:

$$\Delta \frac{l_x}{h_x} = \frac{2D_x}{U_p L_x} \Delta U_{be} + \frac{2D_x U_{BE}}{U_p^2 L_x} \Delta U_p + \frac{2U_{BE}}{U_p L_x} \Delta D_x \tag{16}$$

Die Ungenauigkeit der ermittelten Longitudinalgeschwindigkeit ergibt sich mit

$$\Delta v_z = \left| \frac{\partial v_z}{\partial U_{be}} \right| \Delta U_{be} \tag{17}$$

Einsetzen der partiellen Ableitungen von Gleichung (3) liefert:

$$\Delta v_z = \sqrt{\frac{e}{2m_e U_{be}}} \Delta U_{be} \tag{18}$$

Die Ungenauigkeit der ermittelten Transversalgeschwindigkeit ergibt sich mit

$$\Delta v_{x} = \left| \frac{\partial v_{x}}{\partial U_{be}} \right| \Delta U_{be} + \left| \frac{\partial v_{x}}{\partial D_{x}} \right| \Delta D_{x}$$
(19)

Einsetzen der partiellen Ableitungen von Gleichung (9) liefert:

$$\Delta v_x = \frac{D_x}{L_x} \sqrt{\frac{e}{2m_e U_{be}}} \Delta U_{be} + \frac{1}{L_x} \sqrt{\frac{2e U_{be}}{m}} \Delta D_x$$
 (20)

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 13 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

3.3.2 Vertikale Ablenkung

Die folgende Tabelle zeigt die Messergebnisse bezüglich der vertikalen Ablenkung bei zwei verschiedenen Beschleunigungsspannungen.

Beschleu- nigungs- spannung	Spannung Wehnelt- zylinder	Platten- spannung	Ablenkung vertikal	tan(ϑ) _y siehe Formeln (10),(21) (L _y = 83 mm)	Platten- geometrie siehe Formeln (11), (22)	Longitudi- nalgeschw. siehe Formeln (3), (23)	Transversal- geschw. siehe Formeln (12), (24)
$U_{be}\left[V\right]$	U_w [V]	$U_P[V]$	$D_y [mm]$	$tan(\vartheta)_y$	$\frac{l_y}{h_y}$	$v_z \left[10^6 \frac{m}{s} \right]$	$v_y \left[10^6 \frac{m}{s} \right]$
		5,0 ±0,03	4,5 ±1	0,054 ±0,012	10,8 ±2,7		0,72 ±0,17
		10,0 ±0,05	6,5 ±1	0,078 ±0,012	7,8 ±1,4		1,04 ±0,17
500 ±10	6,0 ± 0,03	15,0 ±0,08	9,5 ±1	0,114 ±0,012	7,6 ±1,0	13,2 ±0,1	1,52 ±0,17
		20,0 ±0,10	12,5 ±1	0,151 ±0,012	7,5 ±0,8		2,00 ±0,18
		25,0 ±0,13	15,0 ±1	0,181 ±0,012	7,2 ±0,7		2,40 ±0,18
		5,0 ±0,03	4,0 ±1	0,048 ±0,012	6,7 ±1,9		0,53 ±0,14
		10,0 ±0,05	8,0 ±1	0,096 ±0,012	6,7 ±1,1		1,07 ±0,15
350 ±10	11,0 ± 0,06	15,0 ±0,08	12,0 ±1	0,145 ±0,012	6,7 ±0,8	11,1 ±0,2	1,60 ±0,16
		20,0 ±0,10	16,5 ±1	0,199 ±0,012	7,0 ±0,7		2,21 ±0,17
		25,0 ±0,13	20,5 ±1	0,247 ±0,012	6,9 ±0,6		2,74 ±0,17

Tabelle 3: Messwerte "Ablenkung im elektrischen Feld"; vertikal

Die Fehlerrechnung erfolgt analog zu den Formeln (14), (16), (18) und (20):

$$\Delta \tan(\theta)_y = \frac{1}{L_y} \Delta D_y = \frac{1}{0,083} \cdot 0,001 = 0,012$$
 (21)

$$\Delta \frac{l_y}{h_y} = \frac{2D_y}{U_p L_y} \Delta U_{be} + \frac{2D_y U_{BE}}{U_p^2 L_y} \Delta U_p + \frac{2U_{BE}}{U_p L_y} \Delta D_y \tag{22}$$

$$\Delta v_z = \sqrt{\frac{e}{2m_e U_{be}}} \Delta U_{be} \tag{23}$$

$$\Delta v_y = \frac{D_y}{L_y} \sqrt{\frac{e}{2m_e U_{be}}} \Delta U_{be} + \frac{1}{L_y} \sqrt{\frac{2e U_{be}}{m}} \Delta D_y$$
 (24)

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 14 von 36	
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016			

3.4 Auswertung und Interpretation

3.4.1 Zusammenhang zwischen Plattenspannung und Ablenkwinkel

Die folgenden zwei Abbildungen, basierend auf den Daten von Tabelle 2 und Tabelle 3, zeigen den Zusammenhang zwischen der Plattenspannung und dem Tangens des Ablenkwinkels, sowohl horizontal, also auch vertikal, bei zwei verschiedenen Beschleunigungsspannungen. Die eingezeichneten Linien sind die lineare Interpolation der jeweiligen Messpunkte durch den Ursprung.

Der erwartete lineare Zusammenhang wurde experimentell nachgewiesen.

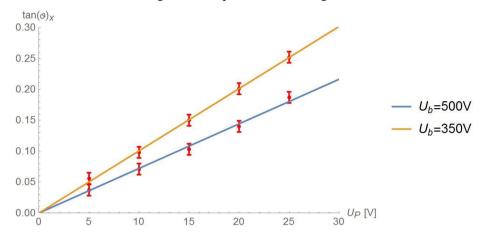


Abbildung 3: Zusammenhang zwischen Ablenkspannung und dem Tangens des horizontalen Ablenkwinkels

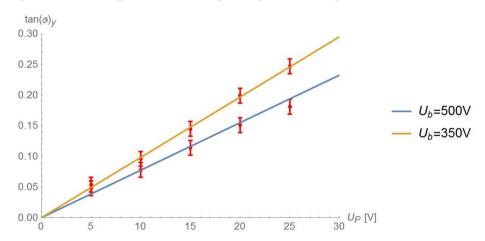


Abbildung 4: Zusammenhang zwischen Ablenkspannung und dem Tagens des vertikalen Ablenkwinkels

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 15 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

3.4.2 Plattengeometrie

Die folgenden zwei Grafiken, basierend auf den Daten von Tabelle 2 und Tabelle 3, zeigen die Datenpunkte für die Plattengeometrie, sowohl horizontal, also auch vertikal, bei zwei verschiedenen Beschleunigungsspannungen.

Die horizontalen Linien sind die Näherungen mit kleinstem Fehlerquadrat, und liegen (bis auf einen "Ausreißer" in Abbildung 6) innerhalb der Fehlertoleranzen.

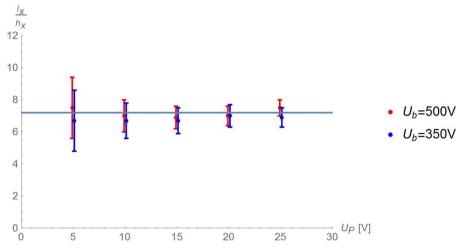


Abbildung 5: Bestimmung der Plattengeometrie (horizontale Ablenkplatten)

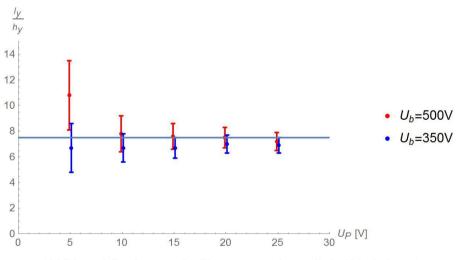


Abbildung 6: Bestimmung der Plattengeometrie (vertikale Ablenkplatten)

Es wurden somit für die Plattengeometrie folgende gemittelten Werte ermittelt (Fehlerschätzung entsprechend dem Wert der genauesten Messung, da auf Grund der großen Unterschiede in den Messgenauigkeiten eine statistische Fehlerberechnung nicht sinnvoll scheint):

Horizontale Plattengeometrie:

$$\frac{l_x}{h_x} = 7, 2 \pm 0, 5 \tag{25}$$

Vertikale Plattengeometrie:

$$\frac{l_y}{h_y} = 7.5 \pm 0.6 \tag{26}$$

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 16 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

An einem Modell des Röhre (siehe Abbildung 7 und Abbildung 8) wurden die tatsächlichen Werte für l und h der horzizontalen und vertikalen Ablenkplatten gemessen.

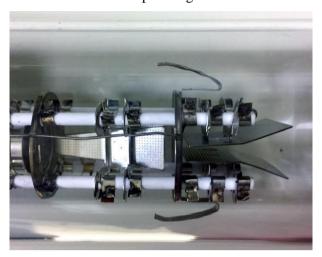


Abbildung 7: Vertikale Ablenkplatten



Abbildung 8: Horizontale Ablenkplatten

Die Messtoleranz für l und h wird mit ± 1 mm angenommen. Für die Toleranz der Verhältniszahl l/h gilt gem. Fehlerfortplanzungsrechnung:

$$\Delta \frac{l}{h} = \left| \frac{\partial (l/h)}{\partial l} \right| \Delta l + \left| \frac{\partial (l/h)}{\partial h} \right| \Delta h \tag{27}$$

und somit:

$$\Delta \frac{l}{h} = \frac{1}{h} \Delta l + \frac{l}{h^2} \Delta h \tag{28}$$

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 17 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Damit ergeben sich folgende Werte:

Horizontale Plattengeometrie (am Modell gemessen):

$$l_x = 22mm; h_x = 3mm; \frac{l_x}{h_x} = 7.3 \pm 0.3$$
 (29)

Vertikale Plattengeometrie (am Modell gemessen):

$$l_y = 20mm; h_y = 5mm; \frac{l_x}{h_x} = 4.0 \pm 0.3$$
 (30)

Die angegebenen h-Werte wurden an der Knickstelle der Platten gemessen.

Die in 3.3 ermittelten Geometriewerte stimmen innerhalb Messtoleranzen für die <u>horizontale</u> Ablenkplatte überein, jedoch <u>nicht</u> für die <u>vertikale</u> Ablenkplatte.

Die Ursache liegt offenbar darin, dass die Ablenkplatten, wie in Abbildung Abbildung 7 und Abbildung 8 zu erkennen, nicht rechteckig sind, sondern eine V-förmige Konfiguration aufweisen, und das Rechenmodell daher nur eine Näherung darstellt.

3.4.3 Transversalgeschwindigkeit

Die folgenden zwei Abbildungen, basierend auf den Daten von Tabelle 2 und Tabelle 3, zeigen den Zusammenhang zwischen der Plattenspannung und der Transversalgeschwindigkeit (horizontal und vertikal). Zu erkennen sind in jeder Grafik die zwei Messreihen bei unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen.

Theoretisch sollte beide Messreihen auf einer Linie liegen und die Transversalgeschwindigkeit nur von der Ablenkspannung abhängen. Während man bei Abbildung 10 (vertikale Transversalgeschwindigkeit) noch argumentieren kann, dass dies innerhalb der Messtoleranzen der Fall ist, scheint dies bei Abbildung 9 (horizontale Transversalgeschwindigkeit) nicht gänzlich zuzutreffen.

Ursache für die Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung könnte z.B. sein, dass der Elektronenstrahl nicht gänzlich fokussiert ist, und daher auch aus der Beschleunigungsspannung ein gewisser transversaler Geschwindigkeitsanteil erwächst.

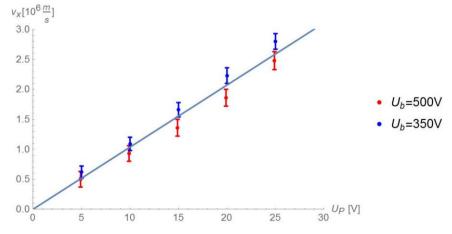


Abbildung 9: Horizontale Transversalgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Plattenspannung

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 18 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

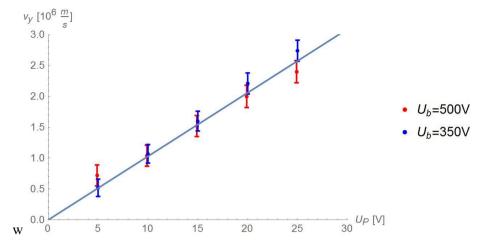


Abbildung 10: Vertikale Transversalgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Plattenspannung

4 Ablenkung im magnetischen Feld

4.1 Versuchsaufbau

Der Grundaufbau gem. Kapitel 2.1 wurde wie folgt angepasst:

- Der "+x"-Anschluss der horizontalen Ablenkplatte wurde mit dem Anodenpotential; d.h. mit dem negativen 0-30V DC Ausgang von [SIE-EB11] verbunden.
- Der "+y"-Anschluss der vertikalen Ablenkplatte wurde mit dem Anodenpotential; d.h. mit dem negativen 0-30V DC Ausgang von [SIE-EB11] verbunden.
- Die zwei Ablenkspulen [HK-SPULE] wurden, wie in Abbildung 11 gezeigt, in gleicher Ausrichtung (bei den entsprechenden Markierungen) neben der Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24] positioniert und in Serie geschaltet.
- Das als Voltmeter eingestellte Multimeter [FLUKE-115] wurde aus der Schaltung entfernt.

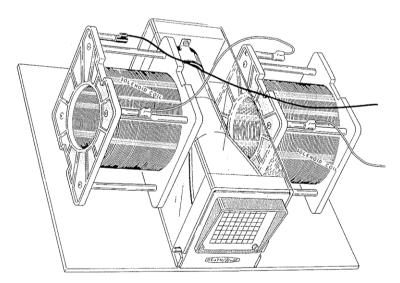


Abbildung 11: Positionierung der Ablenkspulen neben der Kathodenstrahlröhre aus: [Hirss et al, 2008], S. 12

- Die in Serie geschalteten Ablenkspulen wurden mit dem nunmehr als Amperemeter eingestellten Multimeter [FLUKE-115] in Serie geschaltet und mit dem Netzgerät [LNG191] verbunden (siehe Abbildung 12).
- Parallel zu den Ausgängen des Netzgeräts [LNG191] wurde ein Shunt-Leistungswiderstand geschaltet (siehe Abbildung 12).

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll Rev.: 1.0 Seite 19 von 36 "Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016

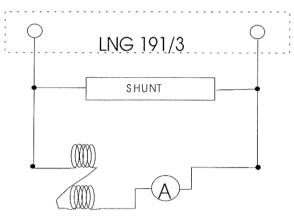


Abbildung 12: Beschaltung der Ablenkspulen aus: [Hirss et al, 2008], S. 25

4.2 Messmethode

4.2.1 Allgemeines

In diesem Versuch bewegen sich die Elektronen durch das transversale, annähernd homogene Magnetfeld der beiden Spulen. Da die vertikale Geschwindigkeitskomponente v_y klein ist im Vergleich zur longitudinalen Komponente v_z , ist auch die z-Komponente der Lorentzkraft sehr klein und somit $v_z \approx const$. Daraus folgt, dass die y-Komponente der Lorentzkraft gleich bleibt, also die Elektronen in y-Richtung annähernd gleichförmig beschleunigt werden. Die Flugbahn kann also durch eine Parabel angenähert werden.

Nimmt man an, das homogene Magnetfeld würde sich über die ganze Länge z zwischen Anode und Schirm erstrecken, wäre die vertikale Auslenkung

$$D_{y} = \frac{e}{m_{e}} \frac{Bz^{2}}{2} \frac{1}{v_{z}} \tag{31}$$

Nach v_z umgeformt ergibt das:

$$v_z = \frac{e}{m_e} \frac{Bz^2}{2} \frac{1}{D_v}$$
 (32)

Gleichsetzen mit Formel (3) ergibt:

$$\sqrt{\frac{2eU_{\rm be}}{m_e}} = \frac{e}{m_e} \frac{Bz^2}{2} \frac{1}{D_y}$$
 (33)

Dies lässt sich zu D_{ν} umformen:

$$D_{y} = \frac{Bez^2}{2} \sqrt{\frac{1}{2m_e e U_{be}}} \tag{34}$$

Formt man (34) zu e/m_e um, so ergibt sich als untere Abschätzung für e/m_e :

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_{u} = \frac{8D_y^2 U_{be}}{B^2 z^4} \tag{35}$$

z ... Distanz Anode Schirm: 0,135m

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 20 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Nimmt man andererseits an, das Magnetfeld wäre nur exakt im Raum zwischen den Spulen wirksam, dann müsste die effektive Ablenkung D aus zwei Teilen (d und D*) zusammengesetzt werden (siehe Abbildung 13).

$$D_{y} = d + D^* \tag{36}$$

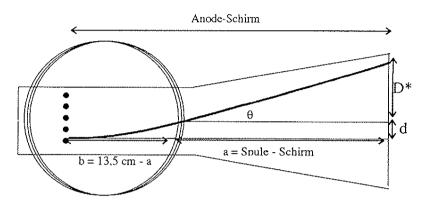


Abbildung 13: Effektive Ablenkung, wenn das Magnetfeld nur innerhalb der Spulen wirkt aus: [Hirss et al, 2008], S. 14

Für den Anteil d der Ablenkung gilt wieder (analog zu Formel (31)):

$$d = \frac{e}{m_e} \frac{Bz^2}{2} \frac{1}{v_z} \tag{37}$$

Den Anteil D* kann man aus folgender geometrischer Überlegung herleiten:

$$\tan(\vartheta) = \frac{v_y}{v_z} = \frac{D^*}{a} \tag{38}$$

Für v_v gilt:

$$v_y = \frac{e}{m_e} \int_0^b B \, dz = \frac{eBb}{m_e} \tag{39}$$

Setzt man Formel (39) und Formel (3) in (38) ein, und formt nach D* um, so ergibt sich:

$$D^* = \sqrt{\frac{e}{m_e}} Bb \frac{a}{\sqrt{2U_{be}}} \tag{40}$$

Formel (40) und (37) eingesetzt in (36) ergibt:

$$D_{y} = \sqrt{\frac{e}{m_e}} \left(\frac{1}{\sqrt{2U_{be}}} \frac{Bb^2}{2} + \frac{Bba}{\sqrt{2U_{be}}} \right) \tag{41}$$

Dies lässt sich zu e/m_e umformen (obere Abschätzung):

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_o = \frac{8D_y^2 U_{be}}{(Bb^2 + 2Bba)^2} \tag{42}$$

b ... Wirkungsbereich 0,06m a ... Nicht-Wirkungsbereich 0,075 m

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 21 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Die magnetische Flussdichte zwischen den Spulen lässt sich mit folgender Formel berechnen:

 $B = \frac{\mu_0 I_s N}{L} \left(\frac{\frac{s}{2} + L}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{s}{2} + L\right)^2}} - \frac{\frac{s}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2}} \right)$ (43)

N ... 3400 Windungen

I_s ... gemessener Spulenstrom in A

L ... Länge einer Spule

s ... Abstand zwischen den Spulen

R ... Radius der Spule

4.2.2 Messverfahren

- 1. Ermittle durch Längenmessung die folgenden Geometrieparameter:
 - o L ... Länge einer Spule
 - o s ... (innerer) Abstand zwischen den Spulen
 - o da ... äußerer Durchmesser der Spule
 - o $R = \frac{d_a}{2}$... Radius der Spule
 - 2. Eine der beiden in Kapitel 2.3 bestimmten Beschleunigungsspannungen (zusammengesetzt aus $U_{\rm C}$ und $U_{\rm B}$) wird am Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] eingestellt.
 - 3. Die gem. Kapitel 2.3 zugehörige Wehneltzylinderspannung wird am 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] eingestellt (Ablesung über das integrierte Digitalvoltmeter).
 - 4. Der Spulenstrom wird auf 0mA gestellt (Netzteil [LNG191])
 - 5. Die vertikale Position des Leuchtpunktes wird als Nullposition vermerkt
 - 6. Ein bestimmter Spulenstrom *I* wird am Netzteil [LNG191] eingestellt und am Amperemeter [FLUKE-115] abgelesen.
 - 7. Die vertikale Ablenkung D_y des Leuchtpunktes im Verhältnis zur Ausgangsposition wird mit einem Millimetermaß abgemessen.
 - 8. Spulenstrom I und Ablenkung D_{ν} werden dokumentiert.
 - 9. Berechnung des Verhältnisses I_s/U_{be} und der Feldstärke B mittels Formel (43), sowie des Verhältnisses e/m_e sowohl mittels Formel (35), als auch mittels Formel (42).
 - 10. Schritte 6-9 werden für mehrere verschiedene Ablenkspannungen wiederholt
- 11. Die andere in Kapitel 2.3 bestimmte Beschleunigungsspannung (zusammengesetzt aus U_C und U_B) wird am Hochspannungsnetzteil [HK-IP-17] eingestellt.
- 12. Die gem. Kapitel 2.3 zugehörige Wehneltzylinderspannung wird am 0-25V DC Ausgang von [SIE-EB11] eingestellt (Ablesung über das integrierte Digitalvoltmeter).
- 13. Schritte 2-10 werden wiederholt

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 22 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

4.3 Messergebnisse und Fehlerrechnung

4.3.1 Spulengeometrie

- $L = (89 \pm 1)mm$
- $s = (125 \pm 1)mm$
- $d_a = (125 \pm 1)mm$ $R = d_a/2 = (62,5 \pm 0,5)mm$

4.3.2 Ablenkung im magnetischen Feld

Die folgende Tabelle zeigt die Messergebnisse bezüglich der vertikalen Ablenkung bei zwei verschiedenen Spulenströmen und Beschleunigungsspannungen.

Beschleu- nigungs- spannung	Spannung Wehnelt- zylinder	Spulen- strom	Ablenkung vertikal	$I_{s}/\sqrt{U_{be}}$ siehe Formel (45)	Magnetische Flussdichte siehe Formeln (43), (47)	e/m _e unt. Wert siehe Formeln (35),(49)	e/m _e ob. Wert siehe Formeln (42), (51)
$U_{be}[V]$	U_w $[V]$	$I_s[mA]$	$D_y [mm]$	$\frac{I_s}{\sqrt{U_{be}}} \left[\frac{mA}{\sqrt{V}} \right]$	Β [μΤ]	$\left(\frac{e}{m_e}\right)_u \left[10^{11} \frac{c}{kg}\right]$	$\left(\frac{e}{m_e}\right)_o \left[10^{11} \frac{c}{kg}\right]$
		5 ±1	2,5 ±1	0,22 ±0,05	52 ±12	0,28 ±0,36	0,58 ±0,75
		10 ±1	5,0 ±1	0,45 ±0,05	104 ±13	0,28 ±0,19	0,58 ±0,39
500 ±10	6,0 ± 0,03	15 ±1	8,5 ±1	0,67 ±0,05	157 ±15	0,35 ±0,16	0,74 ±0,33
		20 ±1	10,5 ±1	0,89 ±0,05	209 ±16	0,30 ±0,11	0,64 ±0,23
		25 ±1	12,0 ±1	1,12 ±0,06	261 ±17	0,26 ±0,08	0,53 ±0,17
		5 ±1	3,5 ±1	0,27 ±0,06	52 ±12	0,38 ±0,41	0,80 ±1,20
		10 ±1	6,0 ±1	0,53 ±0,06	104 ±13	0,28 ±0,17	0,59 ±0,51
350 ±10	11,0 ± 0,06	15 ±1	9,0 ±1	0,80 ±0,06	157 ±15	0,28 ±0,12	0,58 ±0,36
		20 ±1	11,5 ±1	1,07 ±0,07	209 ±16	0,26 ±0,09	0,53 ±0,26
		25 ±1	12,5 ±1	1,34 ±0,07	261 ±17	0,19 ±0,06	0,40 ±0,18

Tabelle 4: Messwerte "Ablenkung im magnetischen Feld"

Die Ungenauigkeit für jeden einzelnen Messwert $I_S/\sqrt{U_{be}}$ ergibt sich aus folgender Fehlerrechnung:

$$\Delta \frac{I_s}{\sqrt{U_{be}}} = \left| \frac{\partial (I_s / \sqrt{U_{be}})}{\partial I_s} \right| \Delta I_s + \left| \frac{\partial (I_s / \sqrt{U_{be}})}{\partial U_{be}} \right| \Delta U_{be}$$
 (44)

Einsetzen der partiellen Ableitungen von $I_S/\sqrt{U_{be}}$ liefert:

$$\Delta \frac{I_s}{\sqrt{U_{be}}} = \frac{1}{\sqrt{U_{be}}} \Delta I_s + \frac{I_s}{2\sqrt[3]{U_{be}^2}} \Delta U_{be}$$

$$\tag{45}$$

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 23 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Dies ist die Fehlerrechnung für die magnetische Flussdichte B:

$$\Delta B = \left| \frac{\partial B}{\partial I_s} \right| \Delta I_s + \left| \frac{\partial B}{\partial s} \right| \Delta s + \left| \frac{\partial B}{\partial L} \right| \Delta L + \left| \frac{\partial B}{\partial R} \right| \Delta R \tag{46}$$

Einsetzen der partiellen Ableitungen von (43) liefert:

$$\Delta B = \left| \frac{\mu_{o}N}{L} \left(\frac{\frac{s}{2} + L}{\sqrt{R^{2} + (\frac{s}{2} + L)^{2}}} - \frac{\frac{s}{2}}{\sqrt{R^{2} + (\frac{s}{2})^{2}}} \right) \right| \Delta I_{s} + \left| \frac{4\mu_{o}I_{s}NR^{2}}{L} \left(\frac{1}{(4R^{2} + (2L+s)^{2})^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(4R^{2} + s^{2})^{\frac{3}{2}}} \right) \right| \Delta s + \left| \frac{\mu_{o}I_{s}N}{L^{2}} \left(s \left(\frac{1}{\sqrt{4R^{2} + s^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{4R^{2} + (2L+s)^{2}}} \right) - \frac{2L(2L+s)^{2}}{(4R^{2} + (2L+s)^{2})^{\frac{3}{2}}} \right) \right| \Delta L + \left| \frac{\mu_{o}I_{s}N}{L} \left(\frac{4Rs}{(4R^{2} + s^{2})^{\frac{3}{2}}} - \frac{4R(2L+s)}{(4R^{2} + (2L+s)^{2})^{\frac{3}{2}}} \right) \right| \Delta I_{s} \right|$$

$$(47)$$

Die Ungenauigkeit für die <u>untere</u> Abschätzung $(e/m_e)_u$ entsprechend Formel (35) ergibt sich aus folgender Fehlerrechnung:

$$\Delta \left(\frac{e}{m_e}\right)_u = \left|\frac{\partial (e/m_e)}{\partial D_y}\right| \Delta D_y + \left|\frac{\partial (e/m_e)}{\partial U_{be}}\right| \Delta U_{be} + \left|\frac{\partial (e/m_e)}{\partial B}\right| \Delta B \tag{48}$$

Einsetzen der partiellen Ableitungen von Gleichung (35) ergibt:

$$\Delta \left(\frac{e}{m_e}\right)_u = \frac{16D_y U_{be}}{B^2 z^4} \Delta D_y + \frac{8D_y^2}{B^2 z^4} \Delta U_{be} + \frac{16D_y^2 U_{be}}{B^3 z^4} \Delta B \tag{49}$$

Die Ungenauigkeit für die <u>obere</u> Abschätzung $(e/m_e)_o$ entsprechend Formel (42) ergibt sich aus folgender Fehlerrechnung:

$$\Delta \left(\frac{e}{m_e}\right)_o = \left|\frac{\partial (e/m_e)}{\partial D_y}\right| \Delta D_y + \left|\frac{\partial (e/m_e)}{\partial U_{be}}\right| \Delta U_{be} + \left|\frac{\partial (e/m_e)}{\partial B}\right| \Delta B \tag{50}$$

Einsetzen der partiellen Ableitungen von Gleichung (42) ergibt:

$$\Delta \left(\frac{e}{m_e}\right)_0 = \frac{16D_y U_{be}}{(Bb^2 + 2Bba)^2} \Delta D_y + \frac{8D_y^2}{(Bb^2 + 2Bba)^2} \Delta U_{be} + \frac{16(2ab + b^2)D_y^2 U_{be}}{(Bb^2 + 2Bba)^3} \Delta B \tag{51}$$

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 24 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

4.4 Auswertung und Interpretation

4.4.1 Ablenkung in Abhängigkeit vom Spulenstrom

Die folgenden Grafiken zeigen, basierend auf den Daten von Tabelle 4, die horizontale Auslenkung in Abhängigkeit vom Spulenstrom mit den zugehörigen Regressionsgeraden durch den Ursprung. Der erwartete lineare Zusammenhang ist zu erkennen.

Des Weiteren sieht man, dass, wie zu erwarten, bei geringerer Beschleunigungsspannung die Ablenkung etwas stärker ausfällt (stärkere Steigung der Regressionsgeraden bei Abbildung 15).

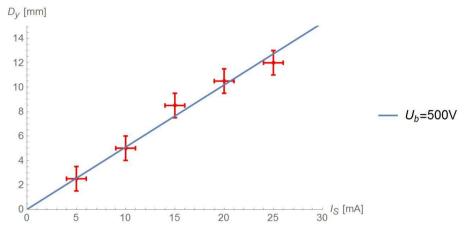


Abbildung 14: Ablenkung des Elektronenstrahls durch ein Magnetfeld in Abhängigkeit vom Spulenstrom (Beschleunigungsspannung 500V)

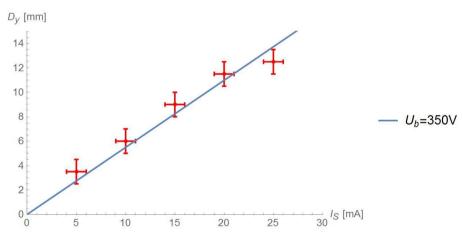


Abbildung 15: Ablenkung des Elektronenstrahls durch ein Magnetfeld in Abhängigkeit vom Spulenstrom (Beschleunigungsspannung 350V)

Sowohl in Formel (34), als auch in Formel (41) erkennt man, dass die Beschleunigungsspannung mit $1/\sqrt{U_{be}}$ in die Ablenkung D_y eingeht. Trägt man daher die Ablenkung D_y über $I_s/\sqrt{U_{be}}$ auf, ergibt sich ein linearer Zusammenhang unabhängig von der Beschleunigungsspannung, wie die folgende Abbildung verdeutlicht:

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 25 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

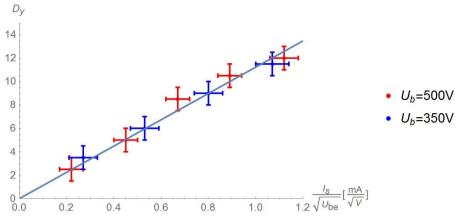


Abbildung 16: Linearer Zusammenhang zwischen Ablenkung D_v und I_s√U_{he}

4.4.2 Abschätzung des Wertes e/m_e

Die folgenden Abbildungen zeigen die ermittelten Werte für die untere und obere Abschätzung des Wertes e/m_e . Die Fehlerrechnung zeigt, dass der Messfehler mit steigendem Spulenstrom sinkt, was in den folgenden Grafiken sehr deutlich wird.

Es liegt nicht nur die untere, sondern insbesondere auch die obere Abschätzung für e/m_e immer noch unterhalb des tatsächlichen Wertes (obwohl die Größenordnung stimmt). Die Autoren führen dies auf die ungenaue Messmethode zurück, die offenbar einen systematischen Fehler beinhaltet, der durch die Fehlerrechnung nicht abgedeckt wird.

$$\left[\left(\frac{e}{m_2}\right)_{untere\ Abschätzung} = (0, 29 \pm 0, 06) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}\right]$$
 (52)

$$\left[\frac{e}{m_2} \right]_{obere\ Abschätzung} = (0, 6 \pm 0, 05) \cdot 10^{11} \frac{c}{kg}$$
 (53)

$$\left| \left(\frac{e}{m_2} \right)_{tas \ddot{a}chlicher Wert} \right| = 1,758820149 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$
 (54)

Als Fehlergrenzen wurden die in Tabelle 4 berechneten Fehlergrenzen der jeweils genauesten Messung angenommen.

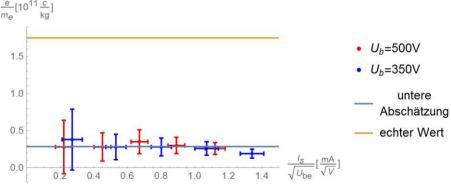


Abbildung 17: Messung von e/m_e (untere Abschätzung)

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 26 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

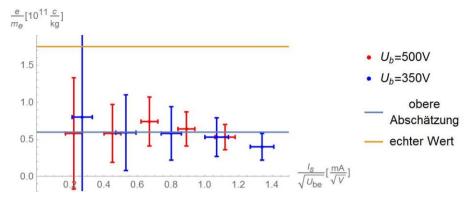


Abbildung 18: Messung von e/m_e (obere Abschätzung – liegt unterhalb des tatsächlichen Wertes)

5 Kompensationsmethode

In diesem Experiment wurde die transversale Geschwindigkeit der Elektronen mittels der Kompensationsmethode (Kompensation von Coulombkraft und Lorentzkraft) bestimmt.

5.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau gemäß Kapitel 4.1 wurde wie folgt angepasst:

- Die "+y"-Ablenkplatte wurde mit dem positiven 0-30V DC Anschluss von [SIE-EB11] verbunden.
- Die Polung der Ablenkspulen wurde umgedreht (so dass die Ablenkung durch die Lorentzkraft nach unten wirksam wird)

5.2 Messmethode

5.2.1 Allgemeines

Die Geschwindigkeit der Elektronen in der Oszilloskopröhre kann, wie beschrieben, mittels Formel (3) berechnet werden. Sie kann aber auch mittels der Kompensationsmethode ermittelt werden:

Die Elektronen treffen bei einem Spulenstrom gleich 0 (kein Magnetfeld), wie zuvor beschrieben, nur durch das elektrische Feld der Ablenkplatten nach oben abgelenkt, auf den Schirm. Fließt dann Strom durch die Spulen, wird der Elektronenstrom durch das entsprechend gepolte Magnetfeld wieder nach unten abgelenkt. Das elektrische Feld zwischen den Kondensatorplatten wird mit der Plattenspannung so weit eingestellt, bis sich die beiden Felder einander in der Wirkung kompensieren, und der Leuchtpunkt am Bildschirm seine Ausgangslage wieder einnimmt.

Da die Wirkung der Lorentzkraft geschwindigkeitsabhängig ist, kann die Geschwindigkeit berechnet werden:

$$v_z(U_P, B) = \frac{U_P}{h_y \cdot B} \tag{55}$$

 h_v ... Plattenabstand vertikale Ablenkplatte in m

B ... magn. Flussdichte, berechnet mit Formel (43)

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 27 von 36	
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016			

5.2.2 Messverfahren

- Jede Messreihe wird bei einer festen Beschleunigungsspannung und Wehneltzylinderspannung gem. Kapitel 2.3 durchgeführt
- Spulenstrom I_s und Ablenkspannung U_P werden auf 0 gestellt (an den Netzteilen [LNG191] und [SIE-EB11]).
- Die Experimentatorin notiert sich die Ausgangslage des Elektronenstrahls
- Am Netzteil [LNG191] wird ein bestimmter Spulenstrom I_s eingestellt, am Amperemeter [FLUKE-115] abgelesen und dokumentiert.
- Der Experimentator verstellt die Plattenspannung am Netzteil [SIE-EB11] so lange, bis die Experimentatorin feststellt, dass der Leuchtpunkt wieder die seinen ursprünglichen Platz eingenommen hat.
- Die kompensierende Ablenkspannung wird am im Netzteil [SIE-EB11] integrierten Voltmeter abgelesen und dokumentiert.
- Die Elektronengeschwindigkeit wird mit Formel (55) berechnet.
- Der Plattenabstand h_v wurde in Kapitel 3.4.2 mit $h_v = 5mm$ ermittelt (siehe Seite 17).

5.3 Messergebnisse und Fehlerabschätzung

Beschleu- nigungs- spannung	Spannung Wehnelt- zylinder	Spulen- strom	Platten- spannung	Magnetische Flussdichte siehe Formeln (43), (47)	Geschwindigkeit gem. Kompensa- tionsmethode siehe Formeln (55), (57)	Streuung $(v_z - \overline{v}_z)^2$	Geschwindigkeit gem. Beschleuni- gungsspannung siehe Formeln (3), (18)
<i>U</i> _{be} [V]	U_w [V]	$I_S[mA]$	$U_P[V]$	Β [μΤ]	$v_z(U_P, B) \left[10^6 \frac{m}{s} \right]$	$s^2 \left[10^{12} \frac{m^2}{s^2}\right]$	$v_z(U_{be})\left[10^6 \frac{m}{s}\right]$
		5,0 ±1	3,5 ±0,02	52 ±12	13,5 ±2,7	0,9025	
500 ±10	6,0 ± 0,03	10,0 ±1	7,8 ±0,04	104 ±13	15,0 ±3,0	0,3025	13,2 ±0,1
300 ±10		15,0 ±1	11,5 ±0,06	157 ±15	14,6 ±3,0	0,0225	15,2 ±0,1
		20,0 ±1	15,4 ±0,08	209 ±16	14,7 ±3,0	0,0626	
	Mitte	lwert:			14,45	0,3225	
		5,0 ±1	3,0 ±0,02	52 ±12	11,5 ±2,4	0,1806	
350 ±10	11,0 ± 0,06	10,0 ±1	6,4 ±0,03	104 ±13	12,3 ±2,5	0,1406	11,1 ±0,2
330 ±10	11,0 ± 0,00	15,0 ±1	9,4 ±0,05	157 ±15	12,0 ±2,5	0,0056	11,1 ±0,2
		20,0 ±1	12,4 ±0,06	209 ±16	11,9 ±2,4	0,0006	
Mittelwert:				11,925	0,0819		

Tabelle 5: Ermittlung der Elektronengeschwindigkeit mittels Kompensationsmethode

Die Fehlerrechnung für die magnetische Flussdichte und die Geschwindigkeitsberechnung basierend auf der Beschleunigungsspannung wurde bereits in den Kapiteln 4.3.2 und 3.3.1 durchgeführt.

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 28 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Der maximale Fehler des Wertes $v_z(U_P)$ kann wie folgt ermittelt werden:

$$\Delta v_{z}(U_{P}, B) = \left| \frac{\partial v_{z}(U_{P}, B)}{\partial U_{P}} \right| \Delta U_{P} + \left| \frac{\partial v_{z}(U_{P}, B)}{\partial h_{y}} \right| \Delta h_{y} + \left| \frac{\partial v_{z}(U_{P}, B)}{\partial B} \right| \Delta B$$
 (56)

Durch Einsetzen der partiellen Ableitungen von Formel (55) erhält man:

$$\Delta v_z(U_P, B) = \frac{1}{h_v B} \Delta U_P + \frac{U_P}{h_v^2 B} \Delta h_y + \frac{U_P}{h_v B^2} \Delta B$$
 (57)

Der statistische Fehler lässt sich über die Standardabweichung ermitteln:

$$\sigma_{v_z} = \sqrt{\frac{N}{N-1} s^2} \tag{58}$$

Für $U_{be} = 500V$ ergibt sich damit:

$$\sigma_{v_z} = \sqrt{\frac{4}{4-1}0,3225} = \pm 0,66 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$
 (59)

Für $U_{be} = 350V$ ergibt sich:

$$\sigma_{v_z} = \sqrt{\frac{4}{4-1}0,0819} = \pm 0,33 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$
 (60)

5.4 Interpretation

Die mittels Kompensationsmethode berechneten Werte $v_z(U_P,B)$ gemäß Tabelle 5 stimmen innerhalb der ausgewiesenen Toleranzen mit dem berechneten Wert $v_z(U_{be})$ überein. Die Fehlerrechnung wurde zunächst auf Basis der Fehlerfortpflanzungsrechnung durchgeführt. Die genausten Datensätze (ermittelt jeweils bei $I_S = 5mA$) sind:

$$(v_z(U_P, B))_{U_{be}=500V} = (13.5 \pm 2.7) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

$$Referenz: v_z(U_{be}) = (13.2 \pm 0.1) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$
(61)

$$(v_z(U_P, B))_{U_{be}=350V} = (11.5 \pm 2.4) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

$$Referenz: \ v_z(U_{be}) = (11.1 \pm 0.2) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$
(62)

Bei dieser Art der Rechnung stimmt der Messwert mit dem Referenzwert innerhalb der Toleranzen überein.

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 29 von 36	
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016			

Berücksichtigt man stattdessen den statistischen Fehler (Standardabweichung gemäß (58), (59) und (60)), dann lautet das Ergebnis:

$$(v_z(U_P, B))_{U_{be}=500V} = (14, 5 \pm 0, 6) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

$$Referenz: \ v_z(U_{be}) = (13, 2 \pm 0, 1) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$
(63)

$$(v_z(U_P, B))_{U_{be}=350V} = (11, 9 \pm 0, 3) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

$$Referenz: \ v_z(U_{be}) = (11, 1 \pm 0, 2) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$
(64)

Bei dieser Art der Rechnung weicht das Endergebnis unter Berücksichtigung der Toleranzen leicht vom Referenzwert ab.

6 Spiralbewegung von Elektronen

6.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau gemäß Kapitel 5.1 wurde wie folgt angepasst:

- Der "+y"-Anschluss der vertikalen Ablenkplatte wurde mit dem Anodenpotential; d.h. mit dem negativen 0-30V DC Ausgang von [SIE-EB11] verbunden.
- Die Polung der Ablenkspulen wurde wieder auf die ursprüngliche Polung (gem. Aufbau in Kapitel 4.1) umgedreht.
- Das Gehäuse und der Schirm der Oszilloskopröhre wurden entfernt und die Röhre, wie in Abbildung 19 gezeigt, in die gleich ausgerichteten, in Serie geschalteten Spulen eingeführt.
- Danach wurde der Projektionsschirm wieder angebracht.

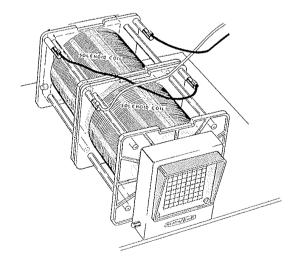


Abbildung 19: Versuchsaufbau "Spiralbewegung von Elektronen" aus: [Hirss et al, 2008], S. 18

6.2 Messmethode

6.2.1 Allgemeines

Wäre der Elektronenstrahl perfekt fokussiert, dann wäre er parallel zum Magnetfeld und es gäbe keine Lorentzkraft. In der Praxis gibt es doch einzelne Elektronen mit divergenten Geschwindigkeitsanteilen, so dass eine Lorentzkraft mit transversaler Geschwindigkeitskomponente entsteht. Dies entspricht der Bewegung in einem Zyklotron: Die Bewegung der Elektronen erfolgt dann spiralförmig.

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 30 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

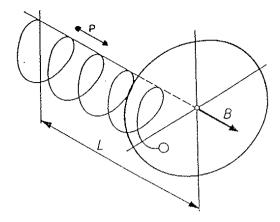


Abbildung 20: Bewegungsschema der Elektronen in einem Zyklotron

Offensichtlich muss gelten:

$$\varphi = \omega t \tag{65}$$

und

$$z = v_z t \tag{66}$$

Die Ganghöhe p ist der Abstand in z-Richtung, bei dem eine Drehung um 2π erfolgt:

$$p = 2\pi \frac{v_z}{\omega} = \frac{L}{n} \tag{67}$$

Wenn also L ein ganzzahliges Vielfaches von p ist, dann kann der Strahl fokussiert werden, sonst nicht. Ob dies gelingt, hängt von der Stärke des Magnetfelds B und der Größe der Beschleunigungsspannung U_{be} ab, wie die folgende Herleitung zeigt:

Die Zyklotronfrequenz ergibt sich aus der Differentialgleichung:

$$\vec{F}_L = m\dot{\vec{v}} = e(\vec{v} \times \vec{B}) \tag{68}$$

Ist $\vec{B} = B_{\chi}\vec{e}_{\chi}$, dann wird daraus das folgende Differentialgleichungssystem:

$$\dot{v}_y = \frac{eB_x}{m_e} v_z \tag{69}$$

$$\dot{v}_z = -\frac{eB_x}{m_e}v_y \tag{70}$$

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 31 v	on 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016			

Leitet man Gleichung (69) und (70) einmal nach der Zeit ab, ergibt das:

$$\ddot{v}_y = \frac{eB_x}{m_e} \dot{v}_z \tag{71}$$

$$\ddot{v}_z = -\frac{eB_x}{m_e}\dot{v}_y \tag{72}$$

Gleichung (70) in (71) und Gleichung (69) in (72) eingesetzt ergibt schließlich die entkoppelten Differentialgleichungen:

$$\ddot{v}_y + \left(\frac{eB_x}{m_e}\right)^2 v_y = 0 \tag{73}$$

$$\ddot{v}_z + \left(\frac{eB_x}{m_e}\right)^2 v_z = 0 \tag{74}$$

Woraus direkt die Zyklotronfrequenz ablesbar ist:

$$\omega = \frac{eB_{\chi}}{m_e} \tag{75}$$

(75) eingesetzt in (67) ergibt:

$$\frac{2\pi v_z m_e}{eB} = \frac{L}{n} \tag{76}$$

Für v_z kann schließlich noch Formel (3) eingesetzt werden:

$$\frac{2\pi m_e}{eB} \sqrt{\frac{2eU_{be}}{m_e}} = \frac{L}{n} \tag{77}$$

Umgeformt nach e/m_e ergibt das schließlich:

$$\frac{e}{m_e} = 2U_{be} \left(\frac{2\pi n}{BL}\right)^2 \tag{78}$$

n ... Anzahl der Fokussierungen

L ... Abstand Anode-Schirm; L=0,135m

B ist dabei zu berechnen mit

$$B = \Delta B = \mu_0 \frac{I_s 2N}{2L_{spule}} = \mu_0 \frac{(I_{sn} - I_{s1})N}{L_{spule}}$$
 (79)

N = 3400 Windungen

 $L_{spule} = (89 \pm 1)mm$ (siehe Kap. 4.3.1)

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 32 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

6.2.2 Messverfahren

- Jede Messreihe wird bei einer festen Beschleunigungsspannung und Wehneltzylinderspannung gem. Kapitel 2.3 durchgeführt
- Am Netzteil [LNG191] wird der Spulenstrom I_s solange verändert, bis der Leuchtpunkt fokussiert erscheint. Der Strom I_{S1}wird am Amperemeter [FLUKE-115] abgelesen und dokumentiert.
- Der Spulenstrom I_s wird weiter verändert, bis n unscharf/scharf-Perioden durchlaufen wurden, und der Punkt wieder scharf erscheint. Der Strom I_{S2} wird am Amperemeter [FLUKE-115] abgelesen und zusammen mit der Periodenzahl n dokumentiert.

6.3 Messergebnis und Fehlerrechnung

Beschleu- nigungs- spannung	Spannung Wehnelt- zylinder	Spulenstrom 1. Fokus- sierung	n-te Fokus-	Anzahl Fokus- sierungen	Magn. Flussdichte siehe Formeln (79),	e/m_e siehe Formeln (78)
$U_{be}[V]$	U_w [V]	$I_{S1}[mA]$	$I_{Sn}\left[mA\right]$	n	B [m T]	$\frac{e}{m_e} \left[10^{11} \frac{c}{kg} \right]$
500 ±10	6,0 ±0,03	123 ±1	214 ±1	1	4,37 ±0,15	1,14 ±0,1
350 ±10	11,0 ±0,06	43 ±1	189 ±1	2	7,01 ±0,17	1,23 ±0,1
		Mittelwert				1,18 ±0,06

Tabelle 6: Zyklotronmessung

Dies ist die Fehlerfortpflanzungsrechnung für die magnetische Flussdichte B:

$$\Delta B = \left| \frac{\partial B}{\partial I_s} \right| \Delta I_{s1} + \left| \frac{\partial B}{\partial s} \right| \Delta I_{sn} + \left| \frac{\partial B}{\partial L} \right| \Delta L_{spule}$$
(80)

Einsetzen der partiellen Ableitungen von (79) liefert:

$$\Delta B = \frac{\mu_0 N}{L_{spule}} \Delta I_{s1} + \frac{\mu_0 N}{L_{spule}} \Delta I_{sn} + \frac{\mu_0 (I_{sn} - I_{s1}) N}{L_{Spule}^2} \Delta L_{Spule}$$
 (81)

Die Ungenauigkeit für e/m_e ergibt sich aus folgender Fehlerrechnung:

$$\Delta \left(\frac{e}{m_e}\right) = \left|\frac{\partial (e/m_e)}{\partial U_{be}}\right| \Delta U_{be} + \left|\frac{\partial (e/m_e)}{\partial B}\right| \Delta B \tag{82}$$

Einsetzen der partiellen Ableitungen von (78) liefert:

$$\Delta B = 8 \left(\frac{\pi n}{BL}\right)^2 \Delta U_{be} + \frac{16U_{be}}{B^3} \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 \Delta B \tag{83}$$

Die Varianz beträgt:

$$s^{2} = \frac{1}{2} \left(\left(\left(\frac{e}{m_{e}} \right)_{1} - \overline{\left(\frac{e}{m_{e}} \right)} \right)^{2} + \left(\left(\left(\frac{e}{m_{e}} \right)_{2} - \overline{\left(\frac{e}{m_{e}} \right)} \right) \right)^{2} \right)$$

$$s^{2} = \frac{1}{2} \left((1,14 - 1,18)^{2} + (1,23 - 1,18)^{2} \right) = 0,00205 \cdot 10^{22} \frac{C^{2}}{k q^{2}}$$
(84)

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 33 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Die Standardabweichung für die Grundgesamtheit beträgt:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2}{2-1}s^2} = 0.06 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$
 (85)

6.4 Interpretation

Der mit dieser Methode gemessene Wert für e/m_e ist immer noch unterhalb des tatsächlichen Wertes, jedoch deutlich genauer als der in Kapitel 4.4.2 ermittelte Wert. Das Messverfahren ist offenbar valider.

$$\left(\frac{e}{m_2}\right)_{Zyklotronmethode} = (1, 18 \pm 0, 06) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$
(86)

$$\left[\left(\frac{e}{m_2} \right)_{tas \ddot{a}chlicher Wert} = 1,758820149 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \right]$$
 (87)

7 Fadenstrahlrohr

Ein Fadenstrahlrohr wurde in Betrieb genommen, und die Abhängigkeit des Bahndurchmessers von Beschleunigungsspannung und Spulenstrom beobachtet.

7.1 Versuchsaufbau

Das Fadenstrahlrohr wurde, wie in der folgenden Abbildung gezeigt, verbunden.

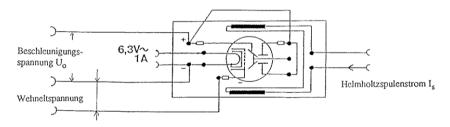


Abbildung 21: Verkabelung Fadenstrahlrohr. aus [Hirrs et al, 2008], S. 20

7.2 Messmethode

7.2.1 Allgemeines

Im Fadenstrahlrohr bildet sich eine spiralförmige Elektronenbahn, die durch das dünne Wasserstoffgas sichtbar wird. Der Radius der Elektronenbahn kann wie folgt ermittelt werden:

$$F_{z} = F_{L} \tag{88}$$

$$m_{e}r\omega^{2} = evB \tag{89}$$

Für ω kann man die Zyklotronfrequenz gem. Formel (75) einsetzen:

$$m_e r \left(\frac{eB}{m_e}\right)^2 = evB \tag{90}$$

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 34 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

Umgeformt zu r ergibt das:

$$r = \frac{vm_e}{eB} \tag{91}$$

Die Geschwindigkeit v wird durch die Beschleunigungsspannung, wie in Formel (3) beschrieben, bestimmt. Setzt man Formel (3) ein, erhält man schließlich:

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2U_{\text{be}}}{e \, m_e}} \tag{92}$$

7.2.2 Messverfahren

- Die Fadenstrahlröhre wird in Betrieb genommen und so lange verdreht, bis eine spiralförmige Bahn beobachtet werden kann
- Die Beschleunigungsspannung und der Spulenstrom wird verändert, und die Auswirkung auf den Bahndurchmesser beobachtet.

7.3 Messergebnis

- Mit zunehmender Beschleunigungsspannung wir der Radius größer
- Mit zunehmendem Spulenstrom wird der Radius kleiner



Abbildung 22: Spiralförmiger Elektronenstrahl in der Fadenstrahlröhre

7.4 Interpretation

Das in 7.3 beschriebene verhalten deckt sich mit zu erwartenden Verhalten gemäß Formel (92).

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 35 von 36	
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016			

8 Anhang

8.1 Verwendetes Equipment

[HK-EPW-24]	Kathodenstrahlröhre Heathkit EPW-24 mit abnehmbarer, transparenter Abdeckung und abnehmbarem Gitterraster.
[HK-SPULE]	Heathkit 40-694 Ablenkspule, N=3400 Windungen, R=65,5 Ω .
[HK-IP-17]	Heathkit IP-17 Regulated High Voltage Power Supply, Hochspannungsausgänge: Ausgang "C": 0-400V DC (0-100mA) und Ausgang "B": 0-100V DC (1 mA), Niederspannung: Ausgänge "H": 6,3V AC (4 A) und 12,6V AC (2A).
[SIE-EB11]	Siemens EB 11 Gleichspannungsnetzteil, 2 Ausgänge 0-25V DC und 0-30V DC
[LNG191]	Labornetzgerät LNG 191/3 0-30V, (4A)
[FLUKE-115]	Fluke 115 True RMS Digitalmultimeter

8.2 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Geeignete Kombinationen von Beschleunigungsspannung und Wehneltzylinderspannung	6
Tabelle 2: Messwerte "Ablenkung im elektrischen Feld"; horizontal	11
Tabelle 3: Messwerte "Ablenkung im elektrischen Feld"; vertikal	13
Tabelle 4: Messwerte "Ablenkung im magnetischen Feld"	22
Tabelle 5: Ermittlung der Elektronengeschwindigkeit mittels Kompensationsmethode	27
Tabelle 6: Zyklotronmessung	32

Helmut Hörner, Kassandra Kunz: Laborprotokoll	Rev.: 1.0	Seite 36 von 36
"Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern", 25.01.2016		

8.3 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Beschaltung der Kathodenstrahlröhre [HK-EPW-24], aus: [Hirss et al, 2008], S. 10; mit Anpassungen durch die Autoren
Abbildung 2: Zusammenhang zwischen Plattengeometrie und Strahlablenkung aus: [Hirss et al, 2008], S. 11; mir Anpassungen durch die Autoren
Abbildung 3: Zusammenhang zwischen Ablenkspannung und dem Tangens des horizontalen Ablenkwinkels
Abbildung 4: Zusammenhang zwischen Ablenkspannung und dem Tagens des vertikalen Ablenkwinkels
Abbildung 5: Bestimmung der Plattengeometrie (horizontale Ablenkplatten)
Abbildung 6: Bestimmung der Plattengeometrie (vertikale Ablenkplatten)
Abbildung 7: Vertikale Ablenkplatten
Abbildung 8: Horizontale Ablenkplatten
Abbildung 9: Horizontale Transversalgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Plattenspannung
Abbildung 10: Vertikale Transversalgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Plattenspannung
Abbildung 11: Positionierung der Ablenkspulen neben der Kathodenstrahlröhre aus: [Hirss et al, 2008], S. 12
Abbildung 12: Beschaltung der Ablenkspulen aus: [Hirss et al, 2008], S. 25
Abbildung 13: Effektive Ablenkung, wenn das Magnetfeld nur innerhalb der Spulen wirkt aus: [Hirss et al, 2008], S. 14 20
Abbildung 14: Ablenkung des Elektronenstrahls durch ein Magnetfeld in Abhängigkeit vom Spulenstrom (Beschleunigungsspannung 500V)
Abbildung 15: Ablenkung des Elektronenstrahls durch ein Magnetfeld in Abhängigkeit vom Spulenstrom (Beschleunigungsspannung 350V)
Abbildung 16: Linearer Zusammenhang zwischen Ablenkung D_y und $I_S/\sqrt{U_{be}}$
Abbildung 17: Messung von e/m _e (untere Abschätzung)
Abbildung 18: Messung von e/m _e (obere Abschätzung – liegt unterhalb des tatsächlichen Wertes)
Abbildung 19: Versuchsaufbau "Spiralbewegung von Elektronen" aus: [Hirss et al, 2008], S. 18
Abbildung 20: Bewegungsschema der Elektronen in einem Zyklotron
Abbildung 21: Verkabelung Fadenstrahlrohr. aus [Hirrs et al, 2008], S. 20
Abbildung 22: Spiralförmiger Elektronenstrahl in der Fadenstrahlröhre

8.4 Literaturliste

[Hirss et al, 2008] Barbara Hirss, H. Sassik: Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern. Praktikums-Skriptum, TU-Wien, 2008